

文章编号: 1000-8055 (2001) 01-0071-04

应用不同湍流模型计算叶栅流场的结果与比较

朱永波¹, 赵晓路², 蔡睿贤²

- 1 中国科学院 声学研究所, 北京 100080;
2 中国科学院 工程热物理研究所, 北京 100080

摘要: 采用有限体积 TVD-LW 格式求解 N-S 方程, 使用了 B-L 模型、高雷诺数 $k-\epsilon$ 模型和低雷诺数 $k-\epsilon$ 模型等多种湍流模型。并且用具体算例说明本文所用程序的可靠性, 比较了 3 种的湍流模型的特点。B-L 模型最大的优点是简单、使用方便。 $k-\epsilon$ 方程适应性强, 分为低雷诺数 $k-\epsilon$ 方程和高雷诺数 $k-\epsilon$ 方程两种。高雷诺数 $k-\epsilon$ 方程比低雷诺数 $k-\epsilon$ 方程精度略低, 但所需计算时间和存储量都比后者小, 网格也可以粗些。 $k-\epsilon$ 模型对粘性层、分离区有比较高的分辨能力, 高雷诺数 $k-\epsilon$ 模型比较适于一般数值计算。

关键词: N-S 方程; 湍流模型; 叶栅流动; 计算

中图分类号: O 357.5

文献标识码: A

1 引言

数值计算具有周期短、费用低和便于显示流场细微结构等特点, 尽管目前它还不能完全代替风洞实验, 但它可预估实验叶栅流场, 提供流场大体结构。另外, 可靠的数值计算能够提供流场的细致结构, 用来研究流动机理^[1]。本文用二维 N-S 方程计算了多个透平和压气机叶栅, 并与实验结果相比较。通过比较, 验证了计算程序的准确性和可靠性, 为实验研究提供可信的预估, 并可用来研究流场的具体结构。然后, 比较了 3 种不同湍流模型的特点, 高雷诺数模型比较适于普通数值计算。

2 基本控制方程和计算格式

基本控制方程是在直角坐标系中, 采用积分型 N-S 方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint U dx dy + \oint (F dy - G dx) = \oint (R dy - S dx)$$

数值求解中使用了 Ni 改进的 Lax-Wandroff 格式 (习惯称之为 Ni 格式)^[2], 这是有限体积格式, 并采用当地时间步长和多重网格加速收敛。边界

条件采用常规方法处理, 而且根据 TVD 理论添加的数值耗散项, 使其刚好能抑制住数值振荡, 对物理粘性的影响保持在最低限度^[3~5]。

3 湍流模型

目前, 用来计算湍流流动的主要方法是求解雷诺平均 N-S 方程组。常用的湍流模型有零方程模型、单方程模型、双方程模型等, 同时还有不使用涡粘性假设的代数雷诺应力模型以及雷诺应力模型等。

按 $k-\epsilon$ 方程在近壁面上的不同处理可分为两种方法。一种直接从壁面解方程, 称作低雷诺数方法; 一种使用壁面函数, 称作高雷诺数方法。

代数湍流模型用涡粘性概念描述湍流传输, 没有考虑湍流上游历史的影响。Baldwin-Lomax^[6]提出的零方程模型是在工程中应用较多的一种代数湍流模型。其最大优点是该模型不需要确定边界层厚度, 因而使用方便。

Baldwin-Lomax 双层模型的表达式为:

$$\mu_t = \begin{cases} (\mu_t)_{\text{inner}} & y \leq y_{cr} \\ (\mu_t)_{\text{outer}} & y_{cr} \leq y \end{cases} \quad (1)$$

虽然代数湍流模型简单方便, 但它不适用于较大弯曲、旋转和分离等复杂湍流流动。人们将

收稿日期: 2000-02-25; 修订日期: 2000-06-25

作者简介: 朱永波 (1970-), 男, 中国科学院声学研究所博士后

湍流粘性与湍流动能 k 和湍流动能耗散率 ϵ 相联系, 发展了 $k-\epsilon$ 双方程模型, 它广泛应用于二维流动计算, 也适于有流动分离的二维边界层^[7]。

按 $k-\epsilon$ 方程在近壁面上的不同处理可分为两种方法。一种直接从壁面解方程, 称为低雷诺数 $k-\epsilon$ 方程。一种使用壁面函数, 称作高雷诺数 $k-\epsilon$ 方程。目前, 成功的高雷诺数 $k-\epsilon$ 湍流模型大多借助了壁面函数。优秀的壁面函数是以大量实验和经为基础的。

二维直角坐标系下的高雷诺数 $k-\epsilon$ 方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u k) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v k) = \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y}\right) + P - \rho \epsilon \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \epsilon) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \epsilon) = \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y}\right) + C_1 P \frac{\epsilon}{k} - C_2 P \frac{\epsilon}{k} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: P 为湍动能产生项, $C_1 C_2 \sigma_k$ 和 σ_ϵ 为常数, 这里分别取为 $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$ 。湍流粘性系数 $\mu_t = C_\mu \rho (k^2/\epsilon)$, $C_\mu = 0.09$ 。

低雷诺数 $k-\epsilon$ 方程考虑了整个边界层, 甚至包括层流底层, 而且边界上不依赖壁面函数, 因此低雷诺数 $k-\epsilon$ 方程相对精确一些, 能用在低雷诺数条件和离壁面很近的区域。故而它需要更细的网格和更多的计算时间。在三维问题和非定常计算中这个方法的缺点就更加突出。有多种低雷诺数 $k-\epsilon$ 方程用于流场计算, 较常见的有 Chien 模型和 Jones & Launder 模型等。随着计算机技术的不断进步, 低雷诺数 $k-\epsilon$ 方程将得到更好的发展和应用。

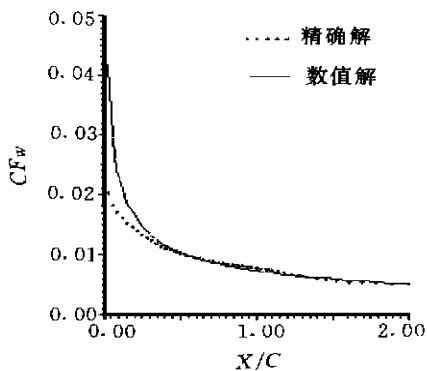


图 1 平板边界层壁面摩擦系数分布

二维直角坐标系下的低雷诺数 $k-\epsilon$ 方程与高雷诺数 $k-\epsilon$ 方程很相似, 只是湍动能方程最右端项 $\rho \epsilon$ 换成 $\rho \bar{\epsilon}$ 。湍动能耗散项方程右侧第三、四项

$$C_1 P \frac{\epsilon}{k} - C_2 P \frac{\epsilon}{k} \text{ 换成 } C_1 f_1 P \frac{\epsilon}{k} - C_2 f_2 \frac{\epsilon}{k} + E$$

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}, \quad \bar{\epsilon} = \epsilon + D, \quad R_T = \frac{k^2}{y} \epsilon$$

$R_y = \sqrt{k} y / \gamma$, $y^+ = y u_\tau / \gamma$, 对 D 和 C_μ 等系数, 本文采用了 Chien 方法确定 (Patel, 1984)。

湍流研究一直在努力摆脱不得不作的假设, 向更真实、更直接的方向发展。但对湍流机理理解的不足仍旧限制着人们寻找一种适于不同流动的通用湍流模型。本文选用了既能反映湍流基本特点又能适用于工程计算的高雷诺数 $k-\epsilon$ 模型和低雷诺数 $k-\epsilon$ 模型。

4 计算算例

为了验证计算程序的可靠性, 我们计算了一些有实验数据的算例, 及某些简单而能说明流动机理的算例。

(1) 平板层流边界层: 用这个算例校验层流 N-S 程序的正确性。进口 $Ma_\infty = 0.5$, 图 1 给出了计算得到的壁面摩擦系数分布并与根据相似理论得到的布拉修斯精确解作了比较, 二者吻合良好。说明该程序能反映层流边界层的流动。 $X/C = 0$ 处是边界层的起始点, 摩擦系数很大, 边界层厚度很小, 是奇异点, 在此处数值计算有一定难度, 所以在 $X/C < 0.4$ 时有些误差, 但限于局部。

(2) VKI 叶片: VKI 透平叶栅是高负荷叶片, 图 2 显示了跨音速流动时壁面等熵马赫数分

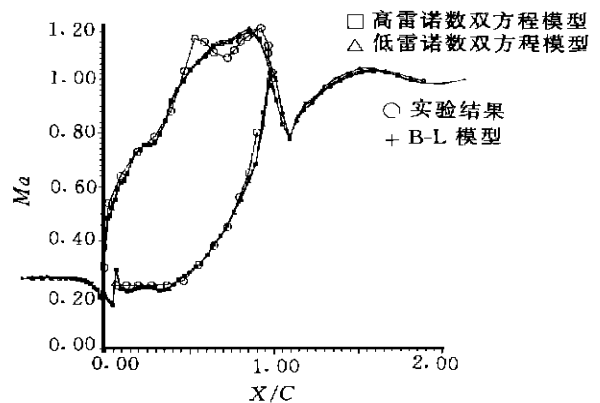


图 2 VKI 叶片壁面等熵马赫数分布

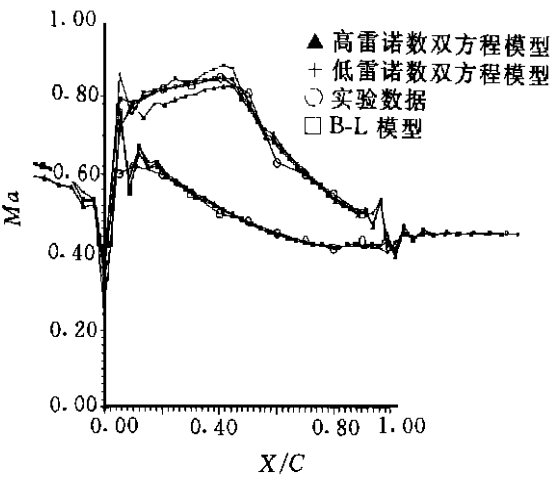


图 3 DLR 叶片壁面等熵马赫数分布

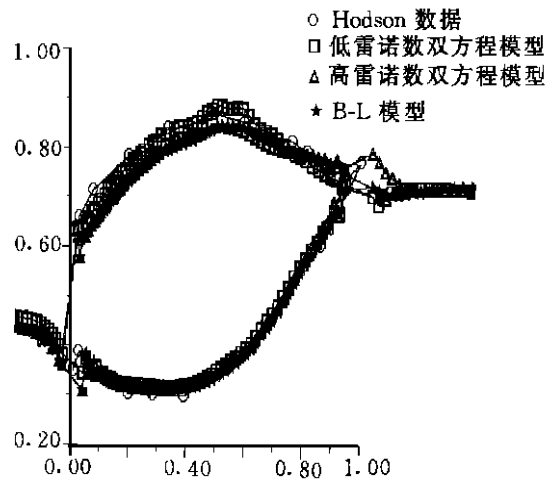


图 4 剑桥大学叶片壁面等熵马赫数分布

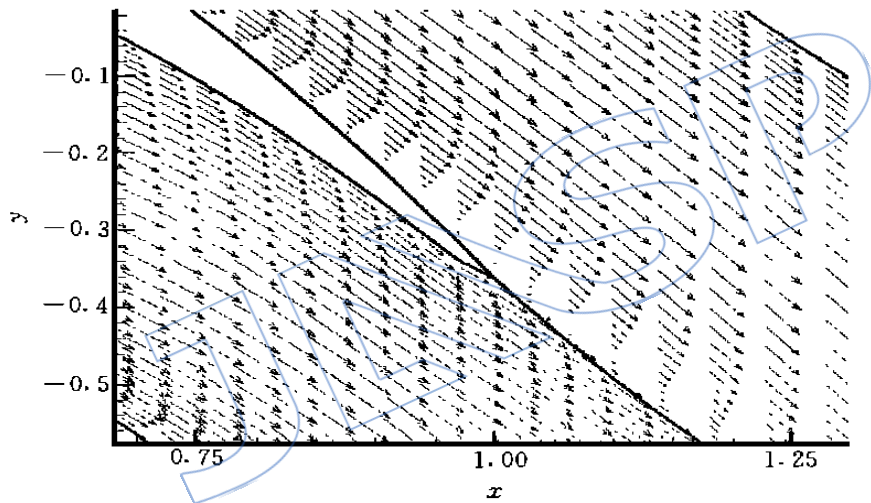


图 5 速度矢量分布局部 (高雷诺数湍流模型)

布, 数值预测与实验数据比较。二者吻合得很好。进口雷诺数 $Re_{\infty}=8.0\times10^5$, 采用 $k-\epsilon$ 湍流模型时进口湍流度是 1%。

(3) DLR 叶片: DLR 叶片与 Steinert 实验结果进行了比较。图 3 显示了跨音速流动时壁面等熵马赫数分布, 数值预测与实验数据比较。二者吻合得很好。进口雷诺数 $Re_{\infty}=405000$, 采用 $k-\epsilon$ 湍流模型时进口湍流度是 1%。

(4) 剑桥大学轴流透平叶片: 为了验证数值计算方法, 选择的算例是剑桥大学 2 号轴流透平叶片, 并与 Hodson 的实验结果^[8]作了比较。该实验是在低速风洞上进行的透平叶栅实验。进口雷诺数 $Re_{\infty}=230000.0$, 采用 $k-\epsilon$ 湍流模型时进口湍流度是 1%。计算结果与实验数据吻合得很好。等熵马赫数与其结果相符(图 4), 高雷诺数 $k-\epsilon$ 模

型数值解能清晰地看出在吸力面约 $0.83C_x$ 处存在分离泡(图 5), 而在 B-L 模型数值计算中作者未看到此现象。这说明高雷诺数 $k-\epsilon$ 模型能反映边界层的分离等具体细节, 有一定优越性。

5 结 论

本文介绍了一套二维 N-S 方程计算程序, 讨论了它的计算方法, 通过计算多个透平和压气机叶栅, 验证了计算程序的准确性和可靠性。

通过与实验结果相比较, 3 种湍流模型都能得出与实验相符的压力分布并很好的捕捉激波。高雷诺数 $k-\epsilon$ 模型对粘性层、分离区有比较高的分辨能力, 优于 B-L 模型。本文计算中, 低雷诺数 $k-\epsilon$ 模型结果与高雷诺数模型相似, 没有显示太大的优点。如果增加网格数, 可能会表现出更好的结果。高雷诺数 $k-\epsilon$ 模型比较适于一般数值

计算。

参考文献

- [1] Jameson A, Schmidt W, Turkel E. Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods using Runge-Kutta Time Stepping Schemes[R]. AIAA Paper 81-1259, 1981.
- [2] Ni R H. A Multiple Grid Scheme for Solving the Euler Equations [J]. AIAA J, 1982, 20 (11): 820.
- [3] 刘建军, 蒋洪德. 高分辨率有限体积LW 格式 [J]. 工程热物理论, 1993, 14 (3):
- [4] 刘建军, 蒋洪德. 用多重网格TVD-LW 格式数值求解N-S 方程 [C]. 中国工程热物理学会第十届年会论文集, 1993.
- [5] 刘建军, 蒋洪德, 蔡睿贤. 二维叶栅流的准确快速Euler 解 [C]. 中国工程热物理学会第七届年会, 1990.
- [6] Baldwin B M, Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows [R]. AIAA Paper 78-257, 1978.
- [7] 朱永波. 二维叶栅非定常流动数值研究 [D]. 中国科学院工程热物理研究所, 1998.
- [8] Hodson H P, Dominy R G. Three-Dimensional Flow in a Low-Pressure Turbine Cascade at its Design Condition [R]. 86-GT-106.

(责任编辑 杨再荣)

Numerical Simulation of Cascades with Different Turbulence Models

ZHU Yong-bo¹, ZHAO Xiao-lu², CAI Rui-xian²

- 1 Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;
- 2 Institute of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

Abstract The finite-volume TVD-LW N-S solvers were developed by using B-L model of high Re number $k-\epsilon$ model and low Re number $k-\epsilon$ model respectively. Some numerical examples have been calculated to demonstrate the resolving capability of the numerical method for boundary layer, separative region and shock. The advantage of B-L model is simplicity and convenience. The $k-\epsilon$ model has high adaptability, and can be divided to two types. One is low Re number $k-\epsilon$ model, for which the wall function is not used; and the other is high Re number $k-\epsilon$ model, for which the wall function is used. The precision of the low Re number $k-\epsilon$ model is better than that of high Re number $k-\epsilon$ model, but it requires more computer time, storage capacity, and larger grid. The $k-\epsilon$ model can predict boundary separation. For convectional calculation, high Re number $k-\epsilon$ model is more suitable as it can provide required precision with coarser grid.

Key words: N-S equation; turbulence model; cascade flow; calculation

(The Chinese text of the following abstract is printed in PP75- 79)

Experimental Investigation of Thermal Energy Storage Container of Phase Change Materials for Space Station

XING Yuming, YUAN Xiu-gan, WANG Chang-he

(5th Dept., Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract Container of Phase Change Material (PCM) is a key part of heat receiver in space solar dynamic power system. The receiving/releasing heat performance of heat receiver and its duration depend on reliability of PCM container design and fabrication. The structural design and fabrication technology of container and the filling of PCM were researched. The melting/Solidifying experiments were completed. The phase change temperature and the latent heat of LiF-CaF₂ were measured. Several high-temperature alloys have been tested for compatibility with molten salt LiF-CaF₂ at 843°C.

Key words: space station; heat receiver; phase change material; thermal energy storage; container